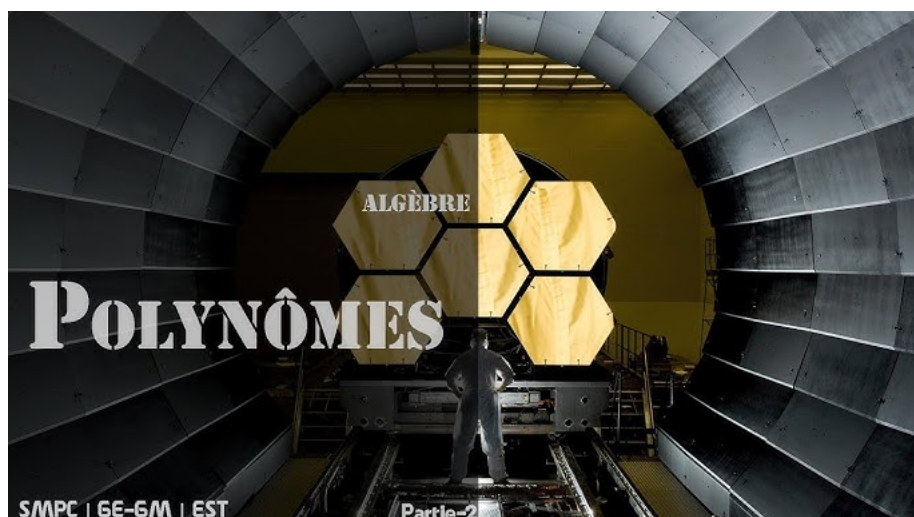




P-CMS

MATHÉMATIQUES

# Calculs sur les polynômes

Cours

Version 1.1.0

→ *Document de référence*  
→ *Package TiKz*  
→ *Package Spreadtab*

# Table des matières

|          |                                                                                           |           |
|----------|-------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>Décomposition en éléments simples de fractions rationnelles : Les bases</b>            | <b>3</b>  |
| 1.1      | Exemple modèle . . . . .                                                                  | 3         |
| <b>2</b> | <b>Décomposition en élément simples de fractions rationnelles : Cas des pôles simples</b> | <b>5</b>  |
| 2.1      | Exemple 1 . . . . .                                                                       | 5         |
| 2.2      | Exemple 2 . . . . .                                                                       | 7         |
| 2.3      | Exercice 3 A FAIRE . . . . .                                                              | 8         |
| <b>3</b> | <b>Décomposition en élément simples de fraction rationnelles : Cas des pôles doubles</b>  | <b>9</b>  |
| 3.1      | Exemple 1 . . . . .                                                                       | 9         |
| 3.2      | Exemple 2 dans de rares applications . . . . .                                            | 10        |
| 3.3      | Exemple 3 . . . . .                                                                       | 11        |
| <b>4</b> | <b>Modélisation</b>                                                                       | <b>12</b> |

# Chapitre 1

## Décomposition en éléments simples de fractions rationnelles : Les bases



**SI**  $P(x)$  et  $Q(x)$  des polynômes à coefficients réels;

**ALORS**  $F(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$  est une **fraction rationnelles**.

On appelle **pôles** de  $F(x)$ , les racines de  $Q(x)$  (les valeurs qui annulent le dénominateur).

Copier la modélisation de la décomposition en éléments simples **CHAPITRE 4**

### 1.1. EXEMPLE MODÈLE

- **Étape 1 : Expression de la fraction rationnelle  $[F(x)]$**

$$F(x) = \frac{5x^3 - 1}{(x-1)(x+2)} \Rightarrow F(x) = (5x-5) + \frac{(-15x-11)}{(x^2+x-2)}$$

**SI NÉCESSAIRE** on développe

- **Étape 2 : Les pôles de  $Q(x)$**

| $P(x) \div Q(x)$               | Degré                                  | Après division |
|--------------------------------|----------------------------------------|----------------|
| $P(x)$                         | 3                                      | 2              |
| $Q(x)$                         | 2                                      | 2              |
| <b>SI</b> $\deg P < \deg Q$    | Décomposition $\mapsto$ Étape 4        |                |
| <b>SI</b> $\deg P \geq \deg Q$ | Division euclidienne $\mapsto$ Étape 6 |                |

- **Étape 3 : Les pôles de  $Q(x)$**

| Expression | Pôle | Degré         | $n^{bre}$ de fraction |
|------------|------|---------------|-----------------------|
| $(x-1)$    | 1    | <i>simple</i> | $A$                   |
| $(x+2)$    | -2   | <i>simple</i> | $B$                   |
| 0          | -    | -             | -                     |
| 0          | -    | -             | -                     |

**Degré du pôle** : simple, double ou triple

• **Étape 4 : Décomposition de la fraction rationnelle en éléments simples**

WP-CMS

$$F(x) = \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{-15x - 11}{(x-1)(x+2)} = \frac{A}{(x-1)} + \frac{B}{(x+2)}$$

**Attention après une division Euclidienne,**

on retire  $E(x)$  et on conserve  $\frac{R(x)}{Q(x)}$  et on factorise  $Q(x)$  pour retrouver les pôles.

◦ **Pour trouver A**, on multiplie tout par  $(x-1)$  afin d'isoler A

On prend le pôle de l'expression 1  $\boxed{1}$  et on calcul  $A = \left[ \frac{-15x - 11}{(x+2)} \right]_1 \Rightarrow A = \frac{4}{3}$

◦ **Pour trouver B**, on multiplie tout par  $(x+2)$  afin d'isoler B

On prend le pôle de l'expression 2  $\boxed{-2}$  et on calcul  $B = \left[ \frac{-15x - 11}{(x-1)} \right]_{-2} \Rightarrow B = -\frac{41}{3}$

**Attention** Dans certain on remplace l'utilisation du pôle par  $x \rightarrow \infty$ . On crée ainsi une relation entre constante.

• **Étape 5 : Conclusion on remplace A,B,C [...] par leur valeur**

$$F(x) = \frac{5x^3 - 1}{(x-1)(x+2)} = (5x-5) + \frac{4+3}{(x-1)} + \frac{41+3}{(x+2)}$$

**Attention après une division Euclidienne,**

on rajoute  $E(x)$  et les fractions élémentaires.

• **Étape 6 : Division euclidienne**

**SI NÉCESSAIRE** on développe

◦ Numérateur :

◦ Dénominateur :  $(x-1)(x+2) = x^2 + 2x - x - 2 = x^2 - x - 2$

|                                                                                                                                                                                       |                                                                                                |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\begin{array}{r} \boxed{P(x)} \quad [5x^3 + 0x^2 + 0x - 1] \\ 5x^3 + 5x^2 - 10x + 0 \\ \hline -5x^2 - 10x - 1 \\ -5x^2 - 5x + 10 \\ \hline \boxed{R(x)} \quad -15x - 11 \end{array}$ | $\begin{array}{r} x^2 + x - 2 \quad \boxed{Q(x)} \\ 5x - 5 + 0 \quad \boxed{E(x)} \end{array}$ |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------|

$$P(x) = Q(x) * E(x) + R(x) \text{ avec } \deg R < \deg Q \Rightarrow F(x) = (5x-5) + \frac{(-15x-11)}{(x^2+x-2)}$$

**Note importante :** A ce stade on retourne à l'étape 2.

## Chapitre 2

# Décomposition en élément simples de fractions rationnelles : Cas des pôles simples

### 2.1. EXEMPLE 1

- Étape 1 : Expression de la fraction rationnelle  $[F(x)]$

$$F(x) = \frac{5x - 1}{(x - 1)(x + 2)}$$

SI NÉCESSAIRE on développe

- Étape 2 : Les pôles de  $Q(x)$

| $P(x) \div Q(x)$        | Degré                                      | Après division |
|-------------------------|--------------------------------------------|----------------|
| $P(x)$                  | 1                                          | RAS            |
| $Q(x)$                  | 2                                          | RAS            |
| SI $\deg P < \deg Q$    | Décomposition $\rightarrow$ Étape 4        |                |
| SI $\deg P \geq \deg Q$ | Division euclidienne $\rightarrow$ Étape 6 |                |

- Étape 3 : Les pôles de  $Q(x)$

| Expression | Pôle | Degré  | $n^{bre}$ de fraction |
|------------|------|--------|-----------------------|
| $(x - 1)$  | 1    | simple | A                     |
| $(x + 2)$  | -2   | simple | B                     |
| 0          | -    | -      | -                     |
| 0          | -    | -      | -                     |

Degré du pôle : simple, double ou triple

- Étape 4 : Décomposition de la fraction rationnelle en éléments simples

$$F(x) = \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{5x - 1}{(x - 1)(x + 2)} = \frac{A}{(x - 1)} + \frac{B}{(x + 2)}$$

**Attention après une division Euclidienne,**

on retire  $E(x)$  et on conserve  $\frac{R(x)}{Q(x)}$  et on factorise  $Q(x)$  pour retrouver les pôles.

◦ **Pour trouver A**, on multiplie tout par  $(x-1)$  afin d'isoler A

On prend le pôle de l'expression 1  $\boxed{1}$  et on calcul  $A = \left[ \frac{5x-1}{(x+2)} \right]_1 \Rightarrow A = \frac{4}{3}$

◦ **Pour trouver B**, on multiplie tout par  $(x+2)$  afin d'isoler B

On prend le pôle de l'expression 2  $\boxed{-2}$  et on calcul  $B = \left[ \frac{5x-1}{(x-1)} \right]_{-2} \Rightarrow B = \frac{11}{3}$

**Attention** Dans certain on remplace l'utilisation du pôle par  $x \rightarrow \infty$ . On crée ainsi une relation entre constante.

• **Étape 5 : Conclusion on remplace A,B,C [...] par leur valeur**

$$F(x) = \frac{5x-1}{(x-1)(x+2)} = + \frac{4 \div 3}{(x-1)} + \frac{11 \div 3}{(x+2)}$$

**Attention après une division Euclidienne,**

on rajoute  $E(x)$  et les fractions élémentaires.

## • Étape 1 : Expression de la fraction rationnelle [F(x)]

$$F(x) = \frac{2x^2 - 1}{(x^2 - 3x + 2)} = \frac{2x^2 - 1}{(x-1)(x-2)} \Rightarrow F(x) = 2 + \frac{(+6x-5)}{(x^2-3x+2)}$$

SI NÉCESSAIRE on développe

◦ Numérateur :

◦ Dénominateur :  $(x^2 - 3x + 2) = x^2 + 2x - x - 2 = x^2 - x - 2$ 

$$\Delta = b^2 - 4ac = 9 - 8 = 1 \text{ et } x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x_1 = \frac{3-1}{2} = 1 \text{ et } x_2 = \frac{3+1}{2} = 2$$

## • Étape 2 : Les pôles de Q(x)

| $P(x) \div Q(x)$        | Degré                                  | Après division |
|-------------------------|----------------------------------------|----------------|
| $P(x)$                  | 2                                      | 1              |
| $Q(x)$                  | 2                                      | 2              |
| SI $\deg P < \deg Q$    | Décomposition $\mapsto$ Étape 4        |                |
| SI $\deg P \geq \deg Q$ | Division euclidienne $\mapsto$ Étape 6 |                |

## • Étape 3 : Les pôles de Q(x)

| Expression | Pôle | Degré  | $n^{bre}$ de fraction |
|------------|------|--------|-----------------------|
| $(x-1)$    | 1    | simple | A                     |
| $(x-2)$    | 2    | simple | B                     |
| 0          | -    | -      | -                     |
| 0          | -    | -      | -                     |

Degré du pôle : simple, double ou triple

## • Étape 4 : Décomposition de la fraction rationnelle en éléments simples

$$F(x) = \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{+6x-5}{(x-1)(x-2)} = \frac{A}{(x-1)} + \frac{B}{(x-2)}$$

Attention après une division Euclidienne,

on retire  $E(x)$  et on conserve  $\frac{R(x)}{Q(x)}$  et on factorise  $Q(x)$  pour retrouver les pôles.◦ Pour trouver A, on multiplie tout par  $(x-1)$  afin d'isoler A

$$\text{On prend le pôle de l'expression 1 } \boxed{1} \text{ et on calcul } A = \left[ \frac{6x-5}{(x-2)} \right]_1 \Rightarrow A = -1$$

◦ Pour trouver B, on multiplie tout par  $(x-2)$  afin d'isoler B

$$\text{On prend le pôle de l'expression 2 } \boxed{2} \text{ et on calcul } B = \left[ \frac{6x-5}{(x-1)} \right]_2 \Rightarrow B = +7$$

Attention Dans certain on remplace l'utilisation du pôle par  $x \mapsto \infty$ . On crée ainsi une relation entre constante.

## • Étape 5 : Conclusion on remplace A,B,C [...] par leur valeur

$$F(x) = \frac{2x^2 - 1}{(x-1)(x-2)} C = 2 - \frac{1}{(x-1)} + \frac{7}{(x-2)}$$

Attention après une division Euclidienne,  
on rajoute  $E(x)$  et les fractions élémentaires.

• **Étape 6 : Division euclidienne**

SI NÉCESSAIRE on développe

◦ Numérateur :

◦ Dénominateur :  $(x-1)(x+2) = x^2 + 2x - x - 2 = x^2 - x - 2$

$$\begin{array}{r|l}
 \text{P(x)} \quad [+2x^2 + 0x - 1] & x^2 - 3x + 2 \quad \text{Q(x)} \\
 \hline
 +2x^2 - 6x + 4 & 2 \quad \text{E(x)} \\
 \hline
 \text{R(x)} \quad +6x - 5 & \\
 \hline
 & -
 \end{array}$$

$$P(x) = Q(x) * E(x) + R(x) \text{ avec } \deg R < \deg Q \Rightarrow F(x) = 2 + \frac{(+6x - 5)}{(x^2 - 3x + 2)}$$

**Note importante :** A ce stade on retourne à l'étape 2.

## 2.3. EXERCICE 3 A FAIRE

•  $F(x) = \frac{1}{x(x+1)(x-3)}$

◦ Degré du numérateur  $P \Rightarrow \deg P = 0$

◦ Degré du dénominateur  $Q \Rightarrow \deg Q = 3$

SI  $\deg P < \deg Q$  ALORS On n'a pas besoin de faire division Euclidienne.

◦ Ici on a 3 pôles : 0, -1 et 3. Chaque pôle simple va générer une fraction.

$$F(x) = \frac{1}{x(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-3}$$



## Chapitre 3

# Décomposition en élément simples de fraction rationnelles : Cas des pôles doubles

### 3.1. EXEMPLE 1

- Étape 1 : Expression de la fraction rationnelle  $[F(x)]$

$$F(x) = \frac{1}{(x^2)(x+1)}$$

- Étape 2 : Les pôles de  $Q(x)$

| $P(x) \div Q(x)$        | Degré                                      | Après division |
|-------------------------|--------------------------------------------|----------------|
| $P(x)$                  | 0                                          | RAS            |
| $Q(x)$                  | 3                                          | RAS            |
| SI $\deg P < \deg Q$    | Décomposition $\rightarrow$ Étape 4        |                |
| SI $\deg P \geq \deg Q$ | Division euclidienne $\rightarrow$ Étape 6 |                |

- Étape 3 : Les pôles de  $Q(x)$

| Expression | Pôle | Degré         | $n^{bre}$ de fraction |
|------------|------|---------------|-----------------------|
| $x$        | 0    | <i>double</i> | $A$                   |
| $x^2$      | 0    | <i>double</i> | $B$                   |
| $(x+1)$    | -1   | <i>simple</i> | $C$                   |
| 0          | -    | -             | -                     |

Degré du pôle : simple, double ou triple

- Étape 4 : Décomposition de la fraction rationnelle en éléments simples

$$F(x) = \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{1}{(x^2)(x+1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{(x+1)}$$

- Pour trouver  $C$ , on multiplie tout par  $(x+1)$  afin d'isoler  $C$

On prend le pôle de l'expression 3  $-1$  et on calcul  $C = \left[ \frac{1}{(x^2)} \right]_{-1} \Rightarrow C = 1$

◦ **Pour trouver B**, on multiplie tout par  $(x^2)$  afin d'isoler B

On prend le pôle de l'expression 2  $0$  et on calcul  $B = \left[ \frac{1}{(x+1)} \right]_0 \Rightarrow B = 1$

◦ **Pour trouver A**, on multiplie tout par  $x$  afin d'isoler A

On prend le pôle de l'expression 1  $0$  et on calcul **MAIS** les  $x$  ne disparaissent pas? On prend l'option  $x \rightarrow \infty$

$$F(x) = \frac{1}{x(x+1)} = A + \frac{B}{x} + \frac{C * x}{x+1}$$

**SI**  $x \rightarrow \infty$  **ALORS**  $\frac{1}{x(x+1)} \rightarrow 0$   $\frac{B}{x} \rightarrow 0$   $\frac{C * x}{x+1} \rightarrow C \Rightarrow 0 = A + 0 + C \Rightarrow A = -1$

**Attention** Dans certains on remplace l'utilisation du pôle par  $x \rightarrow \infty$ . On crée ainsi une relation entre constante.

• **Étape 5 : Conclusion on remplace A,B,C [...] par leur valeur**

$$F(x) = \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{1}{(x^2)(x+1)} = -\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)}$$

### 3.2. EXEMPLE 2 DANS DE RARES APPLICATIONS

• **Étape 1 : Expression de la fraction rationnelle [F(x)]**

$$F(x) = \frac{x^2 - 1}{(x-2)^3(x+3)(x+1)^2}$$

• **Étape 2 : Les pôles de Q(x)**

| $P(x) \div Q(x)$               | Degré                                      | Après division |
|--------------------------------|--------------------------------------------|----------------|
| $P(x)$                         | 2                                          | RAS            |
| $Q(x)$                         | 6                                          | RAS            |
| <b>SI</b> $\deg P < \deg Q$    | Décomposition $\rightarrow$ Étape 4        |                |
| <b>SI</b> $\deg P \geq \deg Q$ | Division euclidienne $\rightarrow$ Étape 6 |                |

• **Étape 3 : Les pôles de Q(x)**

| Expression | Pôle | Degré  | $n^{bre}$ de fraction |
|------------|------|--------|-----------------------|
| $(x-2)$    | 2    | triple | A, B, C               |
| $(x+3)$    | -3   | simple | D                     |
| $(x+1)$    | -1   | double | E, F                  |

**Degré du pôle** : simple, double ou triple

• **Étape 4 : Décomposition de la fraction rationnelle en éléments simples**

$$F(x) = \frac{x^2 - 1}{(x-2)^3(x+3)(x+1)^2} = \frac{A}{(x-2)} + \frac{B}{(x-2)^2} + \frac{C}{(x-2)^3} + \frac{D}{(x+3)} + \frac{E}{(x+1)} + \frac{F}{(x+1)^2}$$

## • Étape 1 : Expression de la fraction rationnelle [F(x)]

$$F(x) = \frac{x-1}{x(x-2)^2}$$

## • Étape 2 : Les pôles de Q(x)

| $P(x) \div Q(x)$        | Degré                                      | Après division |
|-------------------------|--------------------------------------------|----------------|
| $P(x)$                  | 1                                          | RAS            |
| $Q(x)$                  | 3                                          | RAS            |
| SI $\deg P < \deg Q$    | Décomposition $\rightarrow$ Étape 4        |                |
| SI $\deg P \geq \deg Q$ | Division euclidienne $\rightarrow$ Étape 6 |                |

## • Étape 3 : Les pôles de Q(x)

| Expression | Pôle | Degré  | $n^{bre}$ de fraction |
|------------|------|--------|-----------------------|
| $(x)$      | 0    | simple | A                     |
| $(x-2)$    | 2    | double | B                     |
| $(x-2)^2$  | 2    | double | C                     |

## • Étape 4 : Décomposition de la fraction rationnelle en éléments simples

$$F(x) = \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{x-1}{x(x-2)^2} = \frac{A}{x} + \frac{B}{(x-2)} + \frac{C}{(x-2)^2}$$

Attention après une division Euclidienne,

on retire  $E(x)$  et on conserve  $\frac{R(x)}{Q(x)}$  et on factorise  $Q(x)$  pour retrouver les pôles.

◦ Pour trouver A, on multiplie tout par  $(x)$  afin d'isoler A

On prend le pôle de l'expression 1 0 et on calcul  $A = \left[ \frac{x-1}{(x-2)^2} \right]_0 \Rightarrow A = -\frac{1}{4}$

◦ Pour trouver C, on multiplie tout par  $(x-2)$  afin d'isoler C

Note : Dans un pôle double on garde pour la fin la fraction de degré le plus bas.

On prend le pôle de l'expression 2 2 et on calcul  $B = \left[ \frac{x-1}{x} \right]_2 \Rightarrow C = \frac{1}{2}$

◦ Pour trouver B, on multiplie tout par  $(x-2)$  afin d'isoler A

On prend le pôle de l'expression 1 2 et on calcul MAIS les  $x$  ne disparaissent pas? On prend l'option  $x \rightarrow \infty$

$$F(x) = \frac{x-1}{x(x+2)} = \frac{A(x-2)}{x} + B + \frac{C}{x-2}$$

$$\text{SI } x \rightarrow \infty \text{ ALORS } \frac{x-1}{x(x+2)} \rightarrow 0 \quad \frac{A(x-2)}{x} \rightarrow 0 \quad \frac{C}{x-2} \rightarrow C \Rightarrow 0 = A + B + 0 \Rightarrow B = \frac{1}{4}$$

Attention Dans certains on remplace l'utilisation du pôle par  $x \rightarrow \infty$ . On crée ainsi une relation entre constante.

## • Étape 5 : Conclusion on remplace A,B,C [...] par leur valeur

$$F(x) = \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{x-1}{x(x-2)^2} = -\frac{1}{4x} + \frac{1}{4(x-2)} + \frac{1}{(x-2)^2}$$

# Chapitre 4

## Modélisation

- **Étape 1 : Expression de la fraction rationnelle [F(x)]**

$$F(x) = \frac{5x^3 - 1}{(x-1)(x+2)} \Rightarrow F(x) = (5x-5) + \frac{(-15x-11)}{(x^2+x-2)}$$

SI NÉCESSAIRE on développe

- **Étape 2 : Les pôles de Q(x)**

| $P(x) \div Q(x)$        | Degré                                      | Après division |
|-------------------------|--------------------------------------------|----------------|
| $P(x)$                  | 3                                          | 2              |
| $Q(x)$                  | 2                                          | 2              |
| SI $\deg P < \deg Q$    | Décomposition $\rightarrow$ Étape 4        |                |
| SI $\deg P \geq \deg Q$ | Division euclidienne $\rightarrow$ Étape 6 |                |

- **Étape 3 : Les pôles de Q(x)**

| Expression | Pôle | Degré  | $n^{bre} \text{ de fraction}$ |
|------------|------|--------|-------------------------------|
| $(x-1)$    | 1    | simple | A                             |
| $(x+2)$    | -2   | simple | B                             |
| 0          | -    | -      | -                             |
| 0          | -    | -      | -                             |

**Degré du pôle** : simple, double ou triple

- **Étape 4 : Décomposition de la fraction rationnelle en éléments simples**

$$F(x) = \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{-15x-11}{(x-1)(x+2)} = \frac{A}{(x-1)} + \frac{B}{(x+2)}$$

Attention après une division Euclidienne,

on retire  $E(x)$  et on conserve  $\frac{R(x)}{Q(x)}$  et on factorise  $Q(x)$  pour retrouver les pôles.

- **Pour trouver A**, on multiplie tout par  $(x-1)$  afin d'isoler A

On prend le pôle de l'expression 1 **1** et on calcul  $A = \left[ \frac{-15x-11}{(x+2)} \right]_1 \Rightarrow A = \frac{4}{3}$

◦ **Pour trouver B**, on multiplie tout par  $(x+2)$  afin d'isoler B

WP-CMS

On prend le pôle de l'expression 2  $-2$  et on calcul  $B = \left[ \frac{-15x - 11}{(x-1)} \right]_{-2} \Rightarrow B = -\frac{41}{3}$

**Attention** Dans certain on remplace l'utilisation du pôle par  $x \rightarrow \infty$ . On crée ainsi une relation entre constante.

• **Étape 5 : Conclusion on remplace A,B,C [...] par leur valeur**

$$F(x) = \frac{5x^3 - 1}{(x-1)(x+2)} = (5x-5) + \frac{4 \div 3}{(x-1)} + \frac{41 \div 3}{(x+2)}$$

**Attention après une division Euclidienne**,  
on rajoute  $E(x)$  et les fractions élémentaires.

• **Étape 6 : Division euclidienne**

**SI NÉCESSAIRE** on développe

◦ Numérateur :

◦ Dénominateur :  $(x-1)(x+2) = x^2 + 2x - x - 2 = x^2 - x - 2$

$$\begin{array}{r|l} \text{P(x)} [5x^3 + 0x^2 + 0x - 1] & x^2 + x - 2 \quad \text{Q(x)} \\ 5x^3 + 5x^2 - 10x + 0 & 5x - 5 + 0 \quad \text{E(x)} \\ \hline & -5x^2 - 10x - 1 \\ - & \\ & -5x^2 - 5x + 10 \\ \hline & \text{R(x)} - 15x - 11 \\ & - \end{array}$$

$$P(x) = Q(x) * E(x) + R(x) \text{ avec } \deg R < \deg Q \Rightarrow F(x) = (5x-5) + \frac{(-15x-11)}{(x^2+x-2)}$$

**Note importante :** A ce stade on retourne à l'étape 2.