



WP-CMS

Mathématiques

Primitives

Fiche de synthèse

Version 1.1.0

[*→ Document de référence*](#)

1	Plan du document	2
2	Préface	3
3	Primitive d'une fonction	3
4	Primitive de fonctions somme et produit	3
5	Primitive d'une fonction puissance	3
6	Primitive d'un quotient	3
7	Primitives de fonctions composées	5
8	Primitives de fonctions usuelles et Opération sur les fonctions	6
9	Modèles	7

3 Primitive d'une fonction

La primitive d'une fonction f est une fonction F qui a pour dérivée f . Les primitives servent à calculer des intégrales (chapitre suivant).

4 Primitive de fonctions somme et produit

La primitive d'une somme de f	la somme des primitives de ces f
La primitive du produit d'un nombre par une f	le produit de ce nombre par la primitive de f .

Exemples A :

- $f \mapsto 3x^2$ à pour primitive $F \mapsto x^3$
- $f \mapsto \frac{1}{x^2}$ à pour primitive $F \mapsto \frac{1}{x}$

Exemples B :

- $f \mapsto 2x + 3$ à pour primitive $F \mapsto x^2 + 3x$
- $f \mapsto 5\cos(x)$ à pour primitive $F \mapsto 5\sin(x)$

5 Primitive d'une fonction puissance

$f(x) = x^n$	$F(x) = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + C$ avec $C =$ n'importe quel nombre.
--------------	--

Exemples :

- $f \mapsto x^7$ à pour primitive $F \mapsto \frac{1}{8}x^8$
- $f \mapsto 3x^4$ à pour primitive $F \mapsto \frac{3}{5}x^5 + C$

6 Primitive d'un quotient

$f(x) = \left(\frac{u'}{u}\right)$	$\ln u .$
------------------------------------	-----------

Méthode 1. Chercher à repérer la forme $\frac{u'}{u}$.

2. Transformer l'écriture de la fonction en faisant apparaître la forme $\frac{u'}{u}$.

3. Appliquer la formule.

Exemples A :

- $f \mapsto \frac{2x}{x^2+1}$ à pour primitive $F \mapsto \ln(x^2+1)$

Exemples BA :

- $f \mapsto \frac{2x^2}{x^3+3}$ on pose $u(x) = x^3 + 3$ comme $u'(x) = 3x^2$

$$\begin{aligned}
 - f(x) &= 2 * \frac{x^2}{x^3+3} = 2 * \frac{3}{2} * \frac{x^2}{x^3+3} = \frac{2}{3} * \frac{2x^2}{x^3+3} \\
 - F(x) &= \frac{2}{3} \ln(|x^3+3| + C)
 \end{aligned}$$

WP-CMS

7 Primitives de fonctions composées

WP-CMS

La difficulté consiste à reconnaître la présence de l'une de ces formules puis de transformer l'écriture de la fonction pour faire apparaître une fonction u et sa dérivée u' .

$f(x)$	$F(x).$
$\frac{u'}{2\sqrt{u}}.$	$\sqrt{u}.$
$nu'u^{n-1}.$	$u^n.$
$u'e^u.$	$e^u.$
$\frac{u'}{u}.$	$\ln(u).$
$F \circ g * g'.$	$f \circ g.$

Exemples A :

- $f \mapsto x(x^2 + 3)^4$ On reconnait la forme u^n
- Il faut u^n et u' pour faire apparaître $nu'u^{n-1}$
- Posons $u(x) = (x^2 + 3)$ alors $u'(x) = 2x$
- On modifie l'écriture de f pour faire apparaître $2x$
- $f(x) = \frac{1}{2} * 2x(x^2 + 3)^4 = \frac{1}{2} u' u^4$
- $F(x) = \frac{1}{2} * \frac{1}{5} u^5 = \frac{(x^2 + 3)^5}{10}$

8 Primitives de fonctions usuelles et Opération sur les fonctions rnp-CMS

$f(x)$	$F(x)$.	Intervalle I .
a (constante)	$ax + C$.	$\mathcal{R}$.
X	$\frac{1}{2}x^2 + C$.	$\mathcal{R}$.
$x^2, n \in \mathcal{Z} - (-1)$	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$.	$\mathcal{R}$ si $n \geq 0$ $]-\infty; 0[$ ou $0; +\infty[$ si $n < -1$.
$\frac{1}{x^2}$	$-\frac{1}{x} + C$.	$]-\infty; 0[$ ou $0; +\infty[$.
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x} + C$.	$]0; +\infty[$.
$\frac{1}{x}$	$\ln x + C$.	$\mathcal{R} -]0; +\infty[$.
e^x	$e^x + C$.	$\mathcal{R}$.
$\sin(x)$	$-\cos(x) + C$.	$\mathcal{R}$.
$\cos(x)$	$\sin(x) + C$.	$\mathcal{R}$.
$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$	$\tan x + C$.	$]-\frac{\pi}{2} + k\pi; +\frac{\pi}{2} + k\pi[$ avec $k \in \mathcal{Z}$.
$\ln(x)$	$x(\ln x - 1) + C$.	$]0; +\infty[$.

$f(x)$	$F(x)$.	Conditions.
$u' + v'$	$ax + C$.	$\mathcal{R}$.
$\lambda u'$	$\lambda u + C$.	λ réel.
$u'v + uv'$	$uv + C$.	..
$\frac{u'v - uv'}{v^2}$	$\frac{u}{v} + C$.	$\forall x$ dans I , $v(x) \neq 0$.
$(u' \circ v)v'$	$(u \circ v) + C$.	$\forall x$ dans I , $v(x) \neq 0$.
$u'u^n$ avec $n \in \mathcal{Z} - (-1)$	$\frac{u^{n+1}}{n+1} + C$.	Lorsque $n < -1$ $\forall x$ dans I , $u(x) \neq 0$.
$\frac{u'}{u^2}$	$-\frac{1}{u} + C$.	$\forall x$ dans I , $u(x) \neq 0$.
$\frac{u'}{\sqrt{u}}$	$2\sqrt{u} + C$.	$\forall x$ dans I , $u(x) \neq 0$.
$\frac{u'}{u}$	$\ln u + C$.	$\forall x$ dans I , $u(x) > 0$ $\forall x$ dans I , $u(x) < 0$.
$u'e^u$	$e^u + C$.	..
$x \mapsto u(ax + b)$	$\frac{1}{a}u(ax + b) + C$.	u primitive de u sur I .

Le C

montre qu'il existe une infinité de primitive car en dérivant la primitive on retrouve toujours la même dérivée.

$\lim_{n \rightarrow \infty} n = +\infty$	$\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 = +\infty$	$\lim_{n \rightarrow \infty} n^3 = +\infty$	$\lim_{n \rightarrow \infty} n^p = +\infty \quad (p > 0)$
$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} = 0$	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^3} = 0$	-
$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} = +\infty$	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0$	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt[p]{n}} = 0 \quad (p > 0)$	-
$\lim_{n \rightarrow \infty} k = k$	-	-	-

Méthode

Pour tracer la représentation graphique d'une fonction :

1. On dessine deux axes gradués perpendiculaires.
2. On choisit des valeurs de x comme on veut et on calcule les images $f(x)$ correspondantes.
3. Pour chaque x choisi, on se positionne en x sur

l'axe horizontal des abscisses et on place un point ou une croix à la hauteur $f(x)$ **l'axe verticale des ordonnées**.

4. On relie les points obtenus de manière harmonieuse.

π