



WP-CMS

Mathématiques

# Trigonométrie

Fiche de synthèse

Version 1.0.1

[\*→ Document de référence\*](#)

|                                                              |          |
|--------------------------------------------------------------|----------|
| <b>1 Plan du document</b>                                    | <b>2</b> |
| <b>2 Trigonométrie</b>                                       | <b>3</b> |
| 2.1 Formule SOCATO . . . . .                                 | 3        |
| 2.2 Utilisation du cosinus . . . . .                         | 3        |
| <b>3 Le cercle trigonométrique</b>                           | <b>4</b> |
| <b>4 Valeurs remarquables</b>                                | <b>5</b> |
| <b>5 Les angles orientés</b>                                 | <b>5</b> |
| <b>6 Une nouvelle unité de mesure des angles : le radian</b> | <b>6</b> |
| 6.1 Définition . . . . .                                     | 6        |
| 6.2 Mesure du principal . . . . .                            | 6        |

## 2 Trigonométrie

WP-CMS

La **trigonométrie** est la partie des mathématiques qui fait le lien entre les **longueurs** des côtés d'un triangle rectangle et les mesures de ses **angles**.

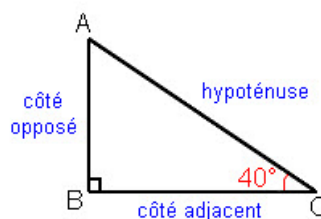
### 2.1 Formule SOCATO

$$\sin = \frac{\text{Opposé}}{\text{Hypoténuse}}$$

$$\cos = \frac{\text{Adjacent}}{\text{Hypoténuse}}$$

$$\tan = \frac{\text{Opposé}}{\text{Adjacent}}$$

**S O C A T O**  
**H H A**



### 2.2 Utilisation du cosinus

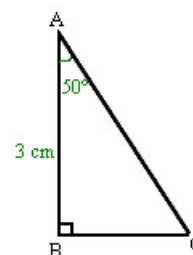
1. Écrire la formule et remplacer les valeurs connues par les données de l'énoncé.

2 **SI** on doit calculer une **longueur**

- Écrire le cosinus sous la forme d'une fraction sur 1.

- Réaliser un produit en croix.

$$\frac{\cos(\widehat{50})}{1} = \frac{3}{AC} \Rightarrow \cos(50) = 0,64 \Rightarrow AC \approx 4,7 \text{ cm}$$



$\hat{A} = 50^\circ$ ,  $AB = 3 \text{ cm}$   
Calculer AC

3 **SI** on doit calculer l'**angle**

- Appliquer la fonction réciproque du cosinus au résultat obtenu.

$$\cos(40^\circ) = 0,77 \Leftrightarrow \cos^{-1} 0,77 = 40^\circ$$

Attention! Afin d'éviter une erreur de précision dans le résultat, il est préférable de calculer  $\cos^{-1} \frac{2}{3}$  en une seule étape sur la calculatrice plutôt que de calculer le  $\cos^{-1}$  d'un arrondi de  $\frac{2}{3}$ .

### 3 Le cercle trigonométrique

WP-CMS

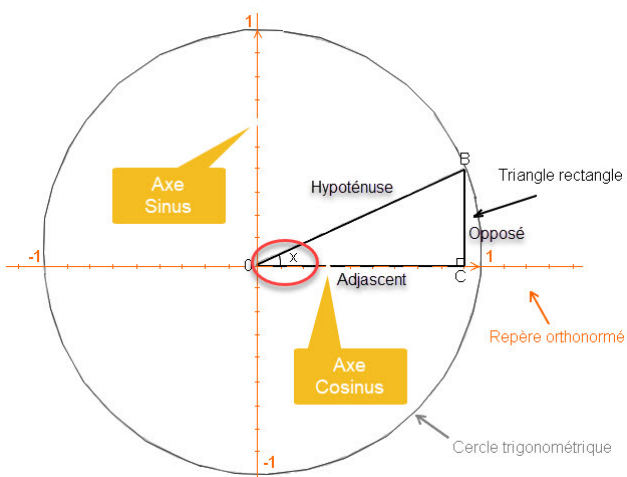
Considérons un triangle rectangle placé dans un cercle de rayon 1 dont le centre est à l'origine d'un **repère orthonormé**.

Un tel cercle s'appelle un cercle trigonométrique.

A chaque valeur de l'angle  $\hat{X}$  correspond une longueur  $OC$ .

Il existe donc une  $f$  qui  $\forall$  angle  $\hat{X}$  associe l'abscisse du point  $C$ . Cette fonction est la **fonction cosinus**.

SI  $C$  à droite de  $O$ , **ALORS**  $\cos(x)$  est la longueur  $OC$ .



- Le **cosinus** de  $x$  est l'**abscisse** du point  $B$

- Le **sinus** de  $x$  est l'**ordonnée** du point  $B$ .

D'après le théorème de Pythagore dans le triangle  $OCB$  rectangle en  $C$ , on a la formule :  $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$

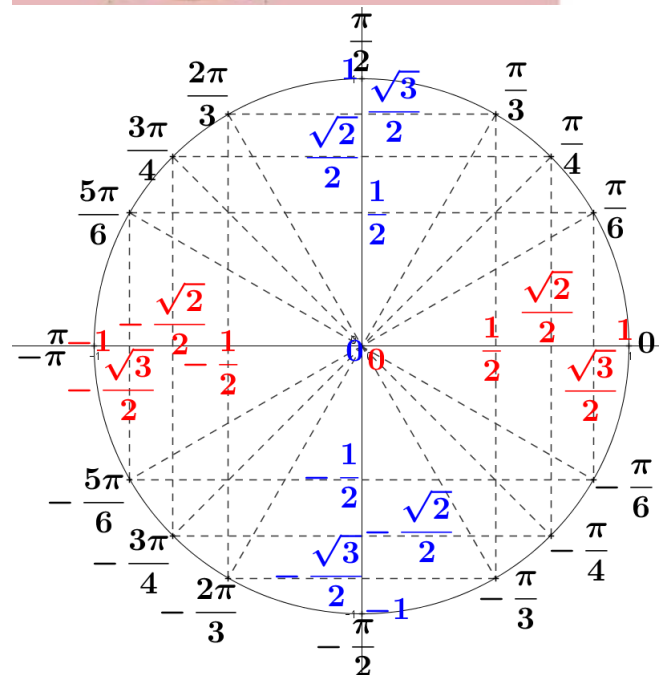
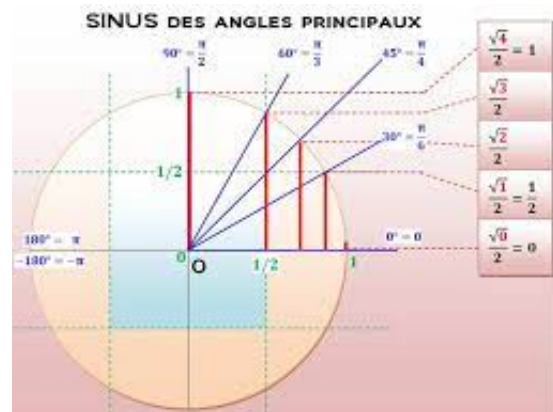
- La tangente d'un angle est le quotient de son sinus par son cosinus :  $\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$

## 4 Valeurs remarquables

WP-CMS

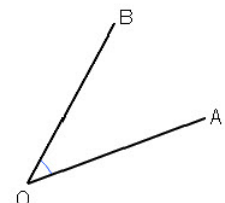
| Degré | Radians        | $X = \cos(\sigma)$ | $Y = \sin(\sigma)$ |
|-------|----------------|--------------------|--------------------|
| 0     | 0              | 1                  | 0                  |
| 30    | $\pi \div 6$   | $\sqrt{3} \div 2$  | $1 \div 2$         |
| 45    | $\pi \div 4$   | $\sqrt{2} \div 2$  | $\sqrt{2} \div 2$  |
| 60    | $\pi \div 3$   | $1 \div 2$         | $\sqrt{3} \div 2$  |
| 90    | $\pi \div 2$   | 0                  |                    |
| 120   | $2\pi \div 3$  | $-1 \div 2$        |                    |
| 135   | $3\pi \div 4$  | $-\sqrt{2} \div 2$ |                    |
| 150   | $5\pi \div 6$  | $-\sqrt{3} \div 2$ |                    |
| 180   | $\pi$          | -1                 | 0                  |
| 210   | $7\pi \div 6$  | $-\sqrt{3} \div 2$ |                    |
| 225   | $5\pi \div 4$  | $-\sqrt{2} \div 2$ |                    |
| 240   | $4\pi \div 3$  | $-1 \div 2$        |                    |
| 270   | $3\pi \div 2$  | 0                  | -1                 |
| 300   | $5\pi \div 3$  | $1 \div 2$         |                    |
| 315   | $7\pi \div 4$  | $\sqrt{2} \div 2$  |                    |
| 330   | $11\pi \div 6$ | $\sqrt{3} \div 2$  |                    |
| 360   | $2\pi$         | 1                  | 0                  |

Ne pas oublier angle A-Angle B =  $180^\circ$



## 5 Les angles orientés

- Un **angle orienté** est un angle formé par un **point d'origine** et **deux vecteurs** partant de ce point, mesuré en **radians**
- Il tourne dans le **sens inverse des aiguilles d'une montre** (sens trigonométrique)



|                   |                            |                            |                                                    |
|-------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------------------------------|
| Angle géométrique | $\widehat{O}$              | $= \widehat{AOB}$          | $= \widehat{BOA}$                                  |
| Angles orienté    | $(\vec{OA}, \vec{OB} > 0)$ | $(\vec{OB}, \vec{OA} < 0)$ | $(\vec{OA}, \vec{OB} = -(\vec{OB}, \vec{OA} < 0))$ |

WP-CMS

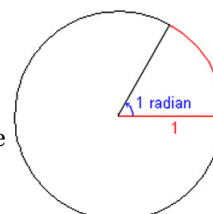
## 6 Une nouvelle unité de mesure des angles : le radian

### 6.1 Définition

- Le **radian** est une unité de mesure d'angle.

*Prenons un cercle de rayon 1 et plaçons sur son contour un bout de ficelle de longueur 1.*

- Un radian est la mesure de l'angle formé par le centre du cercle et les 2 extrémités de la ficelle.



#### Exemple :

- Un angle qui mesure  $X$  radians est obtenu avec un morceau de ficelle de longueur  $X$ .

- Donc, si nous réalisons un tour complet du cercle (360 degrés), la formule du périmètre du cercle donne :

$P = 2 * \pi * 1$  donc  $P = 2\pi$  donc  $360^\circ = 2\pi$  radians.

### 6.2 Mesure du principal

La mesure principale d'un angle orienté est  $\pi < x \leq \pi$ .

Ajouter ou enlever autant de fois  $2\pi$  que nécessaire.

Une méthode pour calculer la mesure principale :

|                                                                     |                                                                                                      |
|---------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $-\pi < \frac{85}{3} + k * 2\pi \leq +\pi$                          | Écrire la double inéquation correspondant au problème                                                |
| $-\pi - \frac{85}{3} < 2 * k * \pi \leq +\pi - \frac{85}{3}$        | Chercher à isoler k pour savoir combien de tour à enlever ou à ajouter                               |
| $\frac{-3\pi - 85\pi}{3} < 2 * k * \pi \leq \frac{3\pi - 85\pi}{3}$ | Simplifier après avoir ôté $\frac{85\pi}{3}$ aux termes de l'inéquations.<br>Dénominateur commun = 3 |
| $\frac{-3 - 85}{6} < k \leq \frac{3 - 85}{6}$                       | Diviser les termes de l'inéquation par $2\pi$ . Multiplier D par $2\pi$                              |
| $-14,6 < k \leq -13,6 \Rightarrow K = 14$                           | K est un entier                                                                                      |
| $\frac{85\pi}{3} - 15 * 2\pi \Rightarrow \frac{\pi}{3}$             | La mesure principale est $\frac{\pi}{3}$ . Réduire au dénominateur commun = 3                        |